

## Lösungen zum 1. Theelachter MaPhIA-Rundbrief

### Aufgabe 1: Rechnung bezahlen

Du hattest groß eingekauft. Heute kam die Rechnung. Du darfst 3% Skonto vom Rechnungsbetrag abziehen, aber musst noch 19% Mehrwertsteuer addieren. Welche Reihenfolge ist für Dich am günstigsten? Warum?

c) Das Ergebnis ist unabhängig von der Reihenfolge.

~~Meine~~

Nennen wir den Rechnungsbetrag kurz  $x$ . Dann müssen wir vergleichen:

$[x + 19\% \text{ von } x] - 3\% \text{ von } (x + 19\% \text{ von } x)$  mit  $[x - 3\% \text{ von } x] + 19\% \text{ von } (x - 3\% \text{ von } x)$ .

$$\left[ x \cdot \left( 1 + \frac{19}{100} \right) \right] \cdot \left( 1 - \frac{3}{100} \right) = \left[ x \cdot \left( 1 - \frac{3}{100} \right) \right] \cdot \left( 1 + \frac{19}{100} \right)$$

$$x \cdot 1,19 \cdot 0,97 = x \cdot 0,97 \cdot 1,19 = x \cdot 1,1543 = x \cdot \left( 1 + \frac{15,43}{100} \right)$$

Der Rechnungsbetrag ist in jedem Fall um 15,43% zu erhöhen.

### Aufgabe 2: Drei Teiler

Welche positiven ganzen Zahlen haben genau drei Teiler? Warum?

b) alle Quadrate von Primzahlen

~~Lösung~~

Alle Quadrate von Primzahlen, z.B. 4, 9, 25, 49, 121, 169, haben drei Teiler: 1,  $p$  und  $p^2$ .

Warum? Ist  $t$  ein Teiler der Zahl  $a$ , so ist  $\frac{a}{t}$  ganzzahlig, also ebenfalls ein Teiler von  $a$ .

Teiler gibt es also in der Regel paarweise; zu jedem Teiler  $t$  gibt es einen Partner-Teiler  $\frac{a}{t}$ .

Eine ungerade Anzahl von Teilern kann daher nur entstehen, wenn der „mittlere“ Teiler  $t_m$  gleich seinem Partner-Teiler  $\frac{a}{t_m}$  ist:  $t_m = \frac{a}{t_m}$ . Dann ist aber  $a = t_m^2$ , also  $a$  eine Quadratzahl.

Wenn es nur drei Teiler geben soll, darf es außer 1,  $t_m$  und  $t_m^2$  keine weiteren Teiler geben, daher muss  $t_m$  eine Primzahl sein.

### Aufgabe 3: Wind

Der Wind weht auf der Nordhalbkugel der Erde um ein Hochdruckgebiet

b) im Uhrzeigersinn

~~ist~~

Die Rotation der kugelförmigen Erde (übrigens in der Theelacht mit einer Geschwindigkeit von  $23775 \text{ km} / 24 \text{ h} = 991 \text{ km/h}$ ) bedingt die Coriolis-„Kraft“, die auf der Nordhalbkugel Luft nach rechts ablenkt. Dadurch ergibt sich statt einer Windrichtung geradeaus vom Hoch zum Tief eine spiralförmige Bewegung im Uhrzeigersinn.

### Aufgabe 4: Annuitätendarlehn

Bei einem Annuitätendarlehn zahlt man immer die gleiche Rate  $d \cdot (z+t)$  an den Darlehnsgeber bis das Darlehn getilgt ist. Dabei ist  $d$  die anfängliche Darlehnssumme,  $z$  der Zinssatz und  $t$  der anfängliche Tilgungssatz. Da durch die Tilgung die Darlehnssumme kleiner wird, sinken mit der Zeit die Zinsen und es steigt dadurch die Tilgung.

Vorsicht: Banken garantieren den Zinssatz nicht immer bis zur vollständigen Tilgung!

Gleiche Darlehnssumme  $d$  und gleichen anfänglichen Tilgungssatz  $t$  vorausgesetzt, wann ist das Darlehn schneller getilgt? Warum?

a) bei hohem Zinssatz  $z$

~~richtig~~

Die ersparten Zinsen, die ja zusätzlich zur Tilgung verwendet werden, sind hier am höchsten. Angenommen, 10.000€ seien schon getilgt. Dann stehen bei einem Zinssatz von 5% 500€ zusätzlich zur Tilgung zur Verfügung, bei einem Zinssatz von 1% nur 100€.

Es ist daher sinnvoll, bei niedrigem Zinssatz einen höheren Tilgungssatz zu vereinbaren.